

ÉNONCÉ TD - O5

APPLICATIONS DIRECTES DU COURS

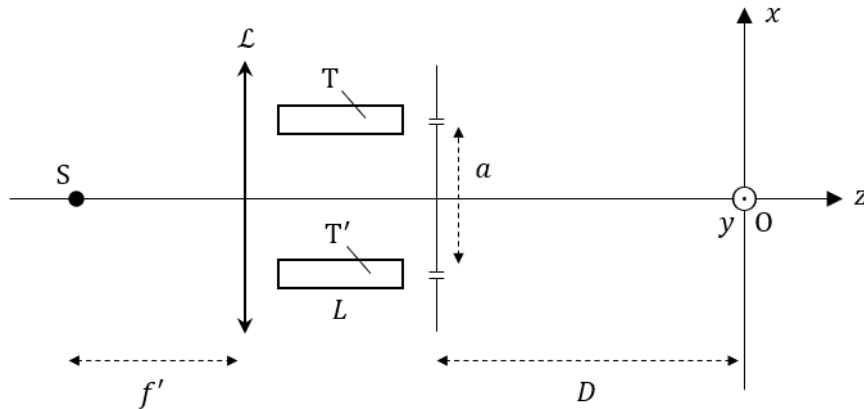
Ex. n°1 • Mesure de l'indice optique de l'air

☆☆☆

4062

L'interféromètre de Rayleigh est un dérivé du dispositif d'Young. Il possède deux tubes T et T' de même longueur $L = 20$ cm. Une source S monochromatique de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 577$ nm est placée en amont du dispositif.

Initialement, les tubes sont remplis d'air. Le montage est alors symétrique et l'on observe une frange brillante au centre O de l'écran. On fait ensuite progressivement le vide dans le tube T.



Attention, dans tout l'exercice, on note $n \neq 1$ l'indice optique de l'air. L'objectif de l'expérience est de déterminer n .

- 1) On observe que les franges se déplacent sur l'écran. Dans quel sens se déplacent-elles ?
- 2) Sur la durée totale de l'expérience, 101 franges brillantes ont défilé au niveau du point O et, à la fin, on observe une frange sombre en O. En déduire l'indice optique de l'air.

Ex. n°2 • La couche anti-reflet

☆☆☆

4027

Lorsque l'on prend une photographie (avec flash) de quelqu'un portant des lunettes, un reflet lumineux est souvent observé. Cet effet peut être supprimé en déposant une fine couche de polymère transparent sur le verre.

Une partie de la lumière issue du flash va ainsi se réfléchir sur cette couche. Une autre partie va traverser la couche et se réfléchir lorsqu'elle atteindra la surface du verre de la lunette.

Quel ordre de grandeur d'épaisseur doit-on choisir pour cette fine couche afin de supprimer le reflet lumineux ?

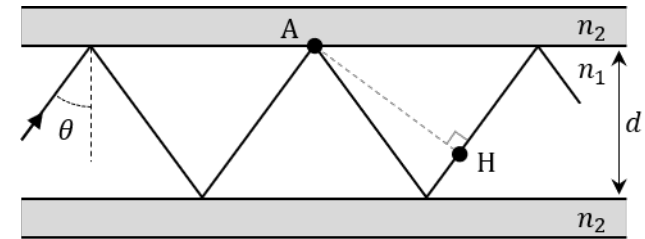
EXERCICES À MAÎTRISER

Ex. n°3 • Fibre optique à saut d'indice

☆☆☆

0209

Une fibre optique est modélisée par une lame de verre d'épaisseur d et d'indice n_1 placée entre deux couches de verre d'indice $n_2 < n_1$. Les rayons lumineux suivent des trajets compris dans un plan perpendiculaire à la lame, comme celui représenté sur la figure.



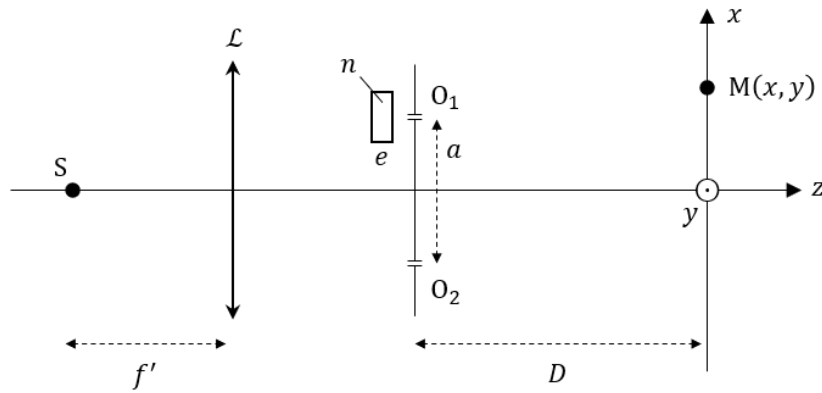
- 1) À quelle condition portant sur l'angle θ le rayon est-il confiné dans la lame d'indice n_1 ?
- 2) On admet que, pour qu'il y ait propagation de l'énergie, l'onde doit être en phase aux points A et H. En déduire une nouvelle condition sur l'angle θ .
- 3) Chaque valeur de θ correspond à un mode de propagation. Calculer le nombre de modes de propagation possibles pour $d = 50$ μm , $\lambda_0 = 500$ nm, $n_1 = 1,5$ et $n_2 = 1,4$.

Ex. n°4 • Mesure de l'épaisseur d'une lame de verre

☆☆☆

2568

On considère le dispositif des trous d'Young, éclairé en incidence normale par une source ponctuelle de lumière blanche, suivie d'un filtre coloré permettant de sélectionner finement une composante spectrale de longueur d'onde $\lambda_0 = 520$ nm (qu'on supposera monochromatique). La distance entre les trous est $a = 2,00$ mm et l'écran d'observation se trouve à une distance $D = 3,00$ m du plan contenant les deux trous. L'ensemble du dispositif est placé dans l'air, dont on suppose l'indice égal à 1.



1) Quelle est l'expression de la différence de marche δ entre les ondes interférant en un point M de l'écran (sans la lame de verre pour l'instant) ?

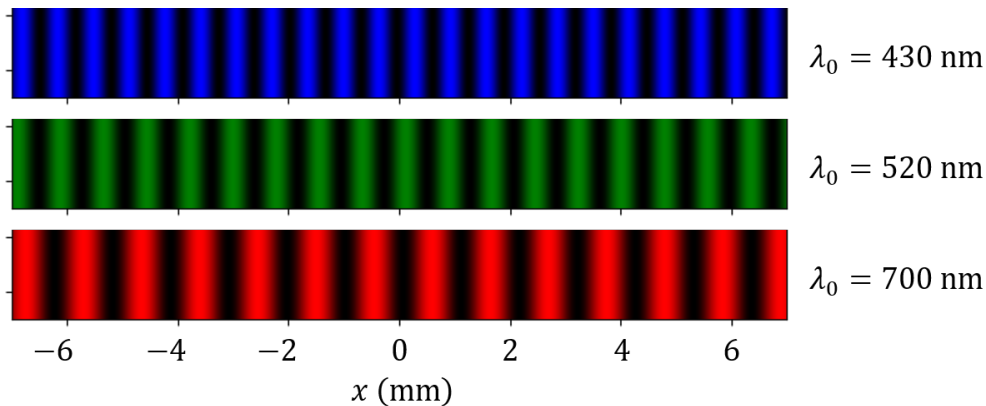
2) Exprimer puis calculer la valeur numérique de l'interfrange. Où se situe la frange d'ordre 0 ?

On ajoute devant le trou du haut une lame d'indice $n = 1,400$ et d'épaisseur constante e . On considère que la lumière traverse cette lame en incidence normale et on néglige toute réflexion de la lumière sur ses faces.

3) Exprimer la nouvelle différence de marche en M. Où se situe maintenant la frange d'ordre 0 ? Exprimer son déplacement en unité d'interfrange.

On recommence l'expérience avec trois filtres de couleur différents. On obtient les figures données ci-après.

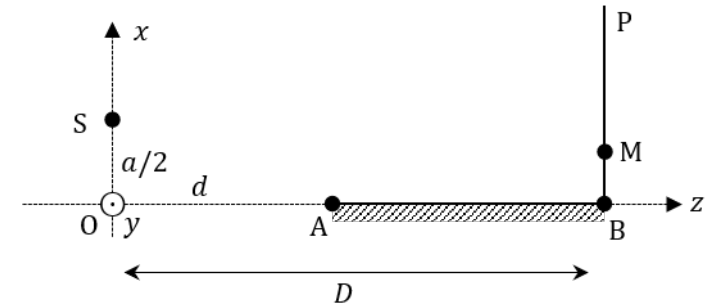
4) Déterminer la valeur de e .



Ex. n°5 • Miroir de Lloyd

★★★ 4742

S est une source lumineuse monochromatique. On note D la distance entre la source S et le plan de l'écran qui contient un point M. La source est située à une distance $a/2$ du plan qui contient le miroir.



On admet que la réflexion introduit un déphasage supplémentaire de π entre les deux rayons.

On supposera : $D \gg x, a$.

1) Construire soigneusement le champ d'interférences, c'est-à-dire la zone de l'espace où des interférences existent.

2) Exprimer la différence de marche puis le déphasage entre les deux rayons.

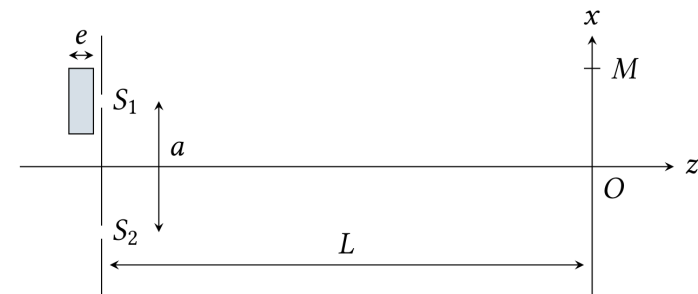
3) Déterminer l'intensité lumineuse $I(x)$.

4) Déterminer l'interfrange.

Ex. n°6 • Homogénéité d'indice

★★★ 3280

Un dispositif de trous d'Young est utilisé afin de vérifier l'homogénéité d'indice d'une lame mince transparente.



Le dispositif est éclairé en incidence normale grâce à une source ponctuelle monochromatique S placée au foyer objet d'une lentille mince convergente. Les deux trous sont distants de a . L'observation se fait sur un écran parallèle au plan des trous, situé à grande distance de ceux-ci.

1) Tracer la marche des deux rayons lumineux issus de la source et interférant en M, puis déterminer la différence de marche $\delta = (S_2M) - (S_1M)$ en l'absence de lame. Rappeler l'expression de l'éclairement $E(x)$ sur l'écran, et décrire la figure d'interférences observée. En déduire l'interfrange i .

2) La lame d'indice n , supposée pour l'instant homogène, est à présent placée devant le trou S_1 : déterminer la nouvelle différence de marche en M. Quel est l'effet sur la figure d'interférences ?

La lame n'est plus supposée homogène. En déplaçant la lame parallèlement aux trous de sorte que chaque point de la lame soit successivement éclairé, on observe en M un défilement des franges pouvant atteindre quatre interfranges, correspondant à l'écart entre les valeurs minimale et maximale de l'indice.

Données : $\lambda = 579,0 \text{ nm}$, $e = 2,000 \text{ mm}$ et $n = 1,598$.

3) Déterminer, en fonction de λ et e , l'écart $\Delta n = n_{\max} - n_{\min}$ entre les valeurs extrêmes de l'indice de réfraction de la lame. Calculer $\Delta n/n$ et conclure.

POUR ALLER PLUS LOIN

Ex. n°7 • Interférences et tâche centrale de diffraction



6266

On prend deux trous d'Young séparés d'une distance a dans la direction x . On envoie sur le dispositif une onde monochromatique de longueur d'onde λ et on observe la figure d'interférence à une distance $D \gg a$.

1) Déterminer l'expression de la différence de marche δ en un point M de l'écran entre les deux rayons en fonction de a , x et D .

2) On note O le milieu des deux trous et θ l'angle entre OM et l'axe optique du dispositif. Exprimer δ en fonction, entre autres, de θ . On se placera dans l'approximation des petits angles.

On étudie à présent la diffraction d'une onde de longueur d'onde λ en incidence normale sur une fente infiniment large selon la dimension y et de largeur a selon x . On cherche à retrouver l'expression de la demi-largeur angulaire du cône de diffraction, notée α . On modélise pour cela la fente par un ensemble de sources ponctuelles.

3) Déterminer la différence de marche à l'infini (i.e. $D \rightarrow \infty$) entre la source au centre de la fente et une source du bord, dans une direction θ quelconque.

4) En déduire l'expression du premier angle α pour lequel les interférences entre ces

deux sources de la fente sont destructives. Conclure.

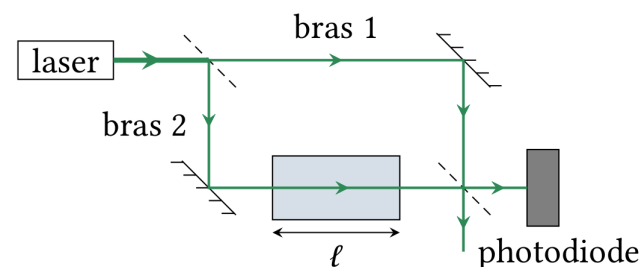
Ex. n°8 • Mesure de l'indice optique du méthane



3245

Un interféromètre de Mach-Zehnder, schématisé ci-dessous, est composé de deux miroirs et de deux lames semi-réfléchissantes, qui transmettent la moitié de l'intensité lumineuse et réfléchissent l'autre moitié. L'interféromètre est éclairé par un laser de longueur d'onde $\lambda = 532 \text{ nm}$, et une photodiode mesure l'intensité dans l'une des voies de sortie de l'interféromètre.

Une cuve fermée de longueur $\ell = 10,0 \text{ cm}$ est placée dans l'un des bras. Cette cuve contient initialement de l'air, d'indice optique n_{air} , progressivement remplacé par du méthane d'indice $n_{\text{CH}_4} > n_{\text{air}}$. Au cours de l'opération, la photodiode permet d'observer le défilement de 32 franges.



1) Exprimer l'ordre d'interférence p_{air} lorsque la cuve est remplie d'air en fonction des longueurs géométriques L_1 et L_2 des bras de l'interféromètre, a priori différentes.

2) Exprimer de même l'ordre p_{CH_4} lorsque la cuve est remplie de méthane.

3) En déduire l'indice optique du méthane, sachant que $n_{\text{air}} = 1 + 2,78 \times 10^{-4}$.

Ex. n°9 • Écoute musicale et interférences



6251

La qualité de l'écoute musicale que l'on obtient avec une chaîne hi-fi dépend de la manière dont les enceintes sont disposées par rapport à l'auditeur. En particulier, il faut absolument éviter la configuration où un mur se trouve à une distance D trop courte derrière l'auditeur. Cet exercice a pour but de comprendre pourquoi.

Supposons l'onde harmonique issue de l'enceinte, de fréquence f . Elle se réfléchit sur le mur sans aucun déphasage. On note $c = 343 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ la vitesse du son dans l'air.

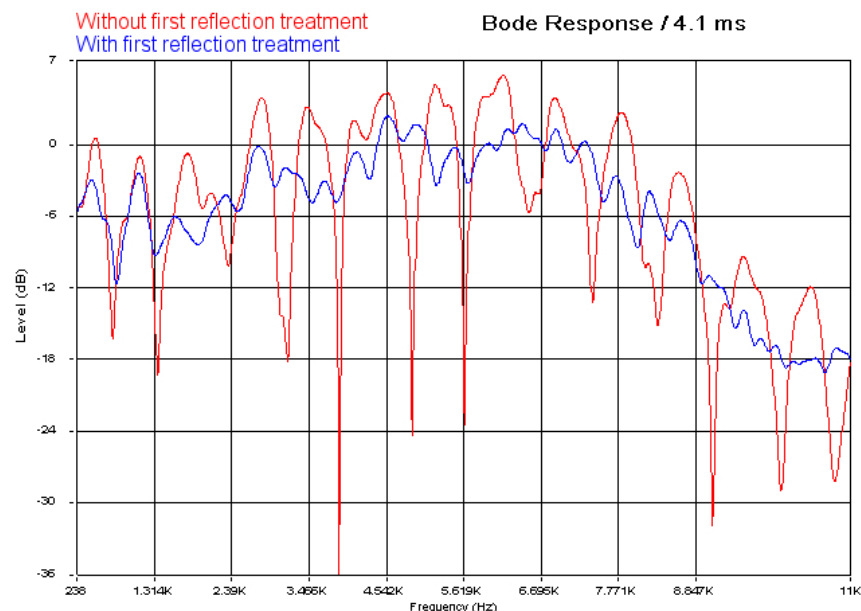
1) En vous aidant d'un schéma clair, exprimer le retard τ qui existe entre les deux ondes arrivant dans l'oreille de l'auditeur, celle provenant directement de l'enceinte et celle s'étant réfléchi sur le mur. En déduire le déphasage $\Delta\phi$ entre les deux ondes.

2) Expliquer pourquoi il existe un risque de diminution de l'amplitude perçue par l'auditeur pour certaines fréquences. Exprimer ces fréquences en fonction d'un entier p . Quelle condition doit vérifier la distance D pour qu'aucune d'entre elles ne soit dans le domaine audible ? Commenter.

3) Expliquer qualitativement pourquoi on évite l'effet nuisible en éloignant l'auditeur du mur. Pourquoi recouvrir le mur d'un revêtement adéquat aura-t-il le même effet ?

On cherche maintenant à mesurer l'efficacité d'un tel revêtement. Un micro sensible à la surpression est placé à une distance D du mur, puis un haut-parleur envoie un signal appelé bruit blanc dont le spectre contient toutes les fréquences avec la même amplitude.

La courbe obtenue est représentée ci-dessous. D'allure très caractéristique, elle est appelée « courbe en peigne ». Elle représente, en fonction de la fréquence, la différence de niveau sonore en décibels par rapport à une situation de référence, cette différence ΔI_{dB} étant reliée à l'amplitude A du signal sonore par : $\Delta I_{dB} = 20 \log\left(\frac{A}{A_{ref}}\right)$.



Courbe en peigne enregistrée à distance D du mur. Les échelles sont de 1,077 kHz/div en abscisse et 6 dB/div en ordonnée.

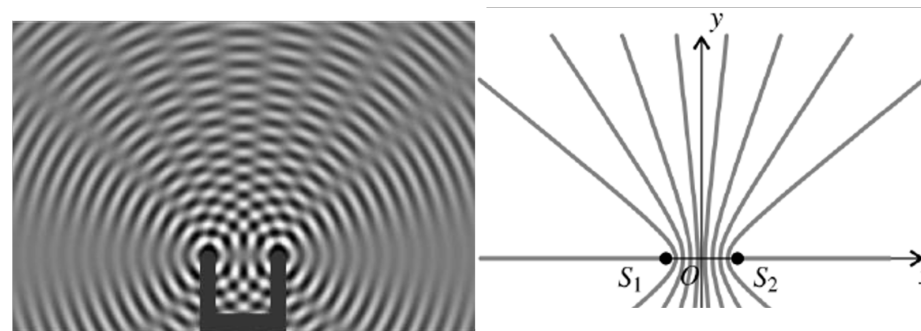
4) Calculer numériquement la distance D .

5) Lorsqu'il y a superposition de deux ondes de même amplitude A_0 , quelle est, en dB, l'augmentation maximale de l'amplitude ? Que peut-on donc dire du choix de l'amplitude de référence au vu de la courbe ?

Ex. n°10 • Interférences dans une cuve à ondes

★★★ 8400

Dans une cuve à ondes, deux pointes distantes de a frappent en même temps et à intervalles réguliers la surface de l'eau, générant deux ondes qui interfèrent. La figure de droite est une représentation schématisque du dispositif de gauche.



Sur la figure de gauche, le blanc représente les endroits où la surface de l'eau est convexe (sommet des vagues) et le noir, ceux où elle est concave (creux des vagues). L'amplitude d'oscillation est plus faible là où la figure est moins contrastée. On suppose, pour simplifier, que des ondes sinusoïdales partent des points S_1 et S_2 où les pointes frappent la surface.

1) Expliquer pourquoi l'image est bien contrastée au voisinage de l'axe (Oy).

2) En notant λ la longueur d'onde, donner la condition pour que l'interférence en un point M , situé aux distances d_1 et d_2 respectivement de S_1 et S_2 , soit destructive. Cette condition fait intervenir un entier p .

Pour chaque entier p , le lieu des points vérifiant cette condition est une courbe que l'on appelle dans la suite ligne de vibration minimale. Les lignes de vibration minimale sont représentées sur la figure de droite : ce sont des hyperboles.

3) Les parties $x < -a/2$ et $x > a/2$ de l'axe (Ox) sont des lignes de vibration minimale. En déduire un renseignement sur le rapport a/λ .

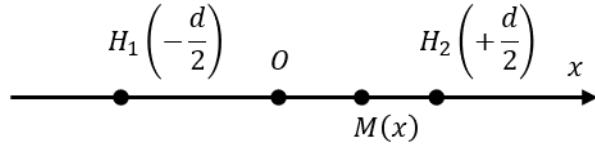
4) En comptant le nombre de lignes de vibration minimale entre S_1 et S_2 , déterminer la valeur de a/λ .

Ex. n°11 • Deux hauts-parleurs

★★★ 6183

On dispose deux hauts-parleurs H_1 et H_2 face à face sur un axe (Ox), espacés d'une distance $d = H_1H_2$ variable. Les deux hauts-parleurs émettent des ondes sonores sinusoïdales (dans toutes les directions, mais on ne s'intéresse qu'à l'axe des x) de même fréquence $f = 2$ kHz, de même amplitude notée A_0 et en phase. La vitesse des ondes

sonores est $c = 330 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.



On note O le milieu du segment $[H_1H_2]$ et on place un microphone M d'abscisse notée x sur la droite joignant les deux hauts-parleurs.

Formulaire : $\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$

1) Établir l'expression de l'onde reçue par le microphone en fonction de sa position x dans les trois zones : $x < -d/2$; $x > d/2$ et $-d/2 < x < d/2$. Si l'onde est une onde progressive, déterminer son amplitude $A(x)$.

2) On choisit $d = p\lambda$ avec $p \in \mathbb{N}$ et λ la longueur d'onde. Déterminer puis tracer dans ce cas l'allure du signal $s_{\text{tot}}(x, t)$ pour tout x et pour différentes valeurs de t . Préciser les régions de l'espace où l'on trouve des interférences constructives et destructives.

3) Même question avec $d = \left(p + \frac{1}{2}\right)\lambda$.

4) On reprend $d = p\lambda$ et on suppose que les haut-parleurs ne sont plus en phase. Quel doit être l'avance de phase de l'onde de H_2 par rapport à celle de H_1 pour que l'amplitude du signal soit nulle pour $x > d/2$.

3) $a = \lambda \left(n + \frac{1}{2}\right)$ **4)** $\frac{a}{\lambda} = \frac{9}{2}$ **11)** **1)** $s_{\text{tot}}(x < -d/2, t) = 2A_0 \cos\left(\frac{kd}{2}\right) \cos(\omega t + kx)$;
 $s_{\text{tot}}(x > d/2, t) = 2A_0 \cos\left(\frac{kd}{2}\right) \cos(\omega t - kx)$; $s_{\text{tot}}(-d/2 < x < d/2, t) = 2A_0 \cos\left(\omega t - \frac{kd}{2}\right) \cos(kx)$ **2)** Cf. correction **3)** Cf. correction **4)** Opposition de phase

ÉLÉMENTS DE CORRECTION

1) **1)** Vers le bas **2)** $n = 1 + 101,5 \times \frac{\lambda_0}{L} = 1,000\,29$ **2)** $\frac{\lambda_0}{4n}$ **3)** **1)** $n_1 \sin(\theta) > n_2$
2) $\cos(\theta) = \frac{k\lambda_0}{2n_1d}$ avec $k \in \mathbb{N}$ **3)** 108 **4)** **1)** $I(x) = 2I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda D}\right)\right]$ **2)** $i = \frac{\lambda D}{a} =$
 $0,780 \text{ mm}$ **3)** $x_0 = \frac{eD(n-1)}{a} > 0$; $N = \frac{e(n-1)}{\lambda_0}$ **4)** $e = 8,0 \text{ } \mu\text{m}$ **5)** **1)** Cf. correction.
2) $\delta = \frac{ax}{D} + \frac{\lambda}{2}$ **3)** $I(x) = 2I_0 \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda D}\right)\right]$ **4)** $i = \frac{\lambda D}{a}$ **6)** **1)** $\delta = \frac{ax}{L}$ et $i = \frac{\lambda L}{a}$
2) $\delta' = e(1-n) + \frac{ax}{L}$ **3)** $\Delta n = \frac{4\lambda}{e} = 1,16 \times 10^{-3}$ **7)** **1)** $\delta = \frac{ax}{D}$ **2)** $\delta = a\theta$ **3)** $\delta = \frac{a\theta}{2}$
4) $\alpha = \frac{\lambda}{a}$ **8)** **1)** $p_{\text{air}} = \frac{n_{\text{air}}L_2 - n_{\text{air}}L_1}{\lambda}$ **2)** $p_{\text{CH}_4} = \frac{n_{\text{air}}(L_2 - \ell) + n_{\text{CH}_4}\ell - n_{\text{air}}L_1}{\lambda}$ **3)**
 $n_{\text{CH}_4} = n_{\text{air}} + \frac{32\lambda}{\ell} = 1 + 4,48 \times 10^{-4}$ **9)** **1)** $\tau = \frac{2D}{c}$ et $\Delta\phi = 2\pi f\tau$ **2)** $D < \frac{c}{4f_{\text{max}}} = 4,3 \text{ mm}$
3) Cf. correction **4)** $D = 20 \text{ cm}$ **5)** Cf. correction **10)** **1)** Cf. correction **2)** $\delta = \lambda \left(p + \frac{1}{2}\right)$